

# $n$ -de-magswortels van $H$ -selftoegevoegde matrikse

## Outeurs:

Madelein van Straaten  
F Theron,  
DB Janse van Rensburg,  
GJ Groenewald,  
ACM Ran

## Affiliatie:

Departement Wiskunde  
en Toegepaste Wiskunde,  
Noordwes-Universiteit  
Privaatsak X6001,  
Potchefstroom, 2520

## Korresponderende outeur:

M van Straaten  
E-pos: vanstraaten.  
madelein@gmail.com

## Hoe om hierdie artikel aan te haal:

Madelein van Straaten,  
F Theron, DB Janse van  
Rensburg, GJ Groenewald,  
ACM Ran,  $n$ -de-mags-  
wortels van  $H$ -selftoe-  
gevoegde matrikse,  
*Suid-Afrikaanse Tydskrif  
vir Natuurwetenskap en  
Tegnologie* 38(1) (2019).  
[https://doi.org/10.36303/  
SATNT.2019.38.1.781](https://doi.org/10.36303/SATNT.2019.38.1.781)

## Kopiereg:

© 2019. Authors.  
Licensee: *Die Suid-  
Afrikaanse Akademie vir  
Wetenskap en Kuns*.  
Hierdie werk is onder  
die Creative Commons  
Attribution License  
gelisensieer.

**$n$ -th roots of  $H$ -selfadjoint matrices:** Given a square  $H$ -selfadjoint complex matrix  $B$  over an indefinite inner product space where  $H$  is an invertible selfadjoint matrix of the same size, the necessary and sufficient conditions are found under which there exists an  $H$ -selfadjoint matrix  $A$  such that  $A$  raised to the  $n$ -th power equals  $B$ .

Die inwendige produkte in die onbepaalde inwendige produkruimte waarin gewerk word, kan geskryf word in terme van die gewone inwendige produk. Gestel die onbepaalde inwendige produk word deur die omkeerbare selftoegevoegde matriks  $H$  bepaal, dan is die onbepaalde inwendige produk van vektore  $x$  en  $y$  gelyk aan die gewone inwendige produk van  $Hx$  en  $y$ . 'n Vierkantige komplekse matriks  $A$  word  $H$ -selftoegevoeg genoem as  $HA=A^*H$ , waar  $A^*$  die getransponeerde van die toegevoegde van  $A$  is.

Die spektrum van 'n matriks is die versameling van al die eiewaardes van die matriks. 'n Nuttige resultaat vir  $H$ -selftoegevoegde matrikse is dat só 'n matriks se spektrum simmetries rondom die reële as is. Dit beteken dat die groottes van die Jordan-blokke vir 'n eiewaarde en van dié vir sy kompleks toegevoegde dieselfde is. Deur middel van 'n permutasie kan die Jordan-blokke vir kompleks toegevoegde pare bymekaar geplaas word.

Die probleem waarna in hierdie deel van die studie gekyk word, is om die nodige en voldoende voorwaardes te vind vir die bestaan van 'n  $H$ -selftoegevoegde matriks  $A$ , op só 'n wyse dat  $A$  verhef tot die  $n$ -de mag gelyk is aan  $B$ , waar  $B$  'n gegewe  $H$ -selftoegevoegde matriks is. Ons noem die matriks  $A$  die  $n$ -de-magswortel van die matriks  $B$ .

Vir elke paar  $(A, H)$  waar  $A$  'n  $H$ -selftoegevoegde matriks is, bestaan daar 'n kanoniese vorm  $(S^{-1}AS, S^*HS)$ , met  $S$  'n omkeerbare matriks van dieselfde grootte.  $S^{-1}AS$  is 'n direkte som van Jordan-blokke en  $S^*HS$  bestaan uit direkte somme van vierkantige matrikse  $\pm Q_k$  van grootte  $k$  wat ene het op die antidiagonaal en nulle in al die ander posisies. Die voorwaardes vir hoe matrikse  $B$  en  $H$  moet lyk vir  $B$  om 'n  $H$ -selftoegevoegde  $n$ -de-magswortel matriks  $A$  te hê, word gegee in terme van hul kanoniese vorme.

Die  $n$ -de-magswortel vir die Jordan-blokke vir eiewaardes  $a+ib$  en  $a-ib$  (albei van grootte  $k$ ) bybehorende by 'n  $H=Q_{2k}$  sal 'n kanoniese vorm hê wat ook uit twee ewe groot Jordan-blokke bestaan, maar met 'n moontlike verskuiwing tussen verskillende  $n$ -de-magswortels van  $a+ib$  en  $a-ib$ .

**Nota:** 'n Seleksie van referaatopsommings: Studentesimposium in die Natuurwetenskappe, 25–26 Oktober 2018, SA Akademiegebou, Pretoria, Suid-Afrika. Gasredakteurs: Prof Rudi Pretorius (Departement Geografie, Universiteit van Suid-Afrika); Prof Chris Swanepoel (Departement Besluitkunde, Universiteit van Suid-Afrika); Me Andrea Lombard (Departement Geografie, Universiteit van Suid-Afrika)